# Suites Réelles

## Exercice 1 :

On considère la suite $(U_n)$ définie par la donnée d'un terme initial entier $U_0$ et par le procédé suivant :

- Si $n$ est pair, $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$ ;
- Si $n$ est impair, $U_{n+1} = 3\,U_n + 1$.

Calculer les dix premiers termes de la suite dans les cas suivants : a) $U_0 = 16$ ; b) $U_0 = 13$ ;

$n = 3 \Rightarrow U_4 = 3U_3 + 1 = 3 \times \frac{25}{2} + 1 = \frac{77}{2}$

$n = 4 \Rightarrow U_5 = \frac{1}{2} U_4 = \frac{1}{2} \times \frac{77}{2} = \frac{77}{4}$

$U_{1+1} = 3U_1 + 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} U_0 = 16 \\ \text{Si } U_n \text{ est pair, } U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n \,; \\ \text{Si } U_n \text{ est impair, } U_{n+1} = 3\,U_n + 1. \end{cases}$$

$n = 0$ ( 0 pair)

$U_{0+1} = \frac{1}{2} U_0 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} U_0 = 8$

$n = 1$ ( impair)

$U_2 = 3U_1 + 1 = 3 \times 8 + 1 = 25$

$n = 2$

$U_{2+1} = \frac{1}{2} U_2 \Rightarrow U_3 = \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}$

On considère la suite $(U_n)$ définie par la donnée d'un terme initial entier $U_0$ et par le procédé suivant :

- Si $n$ est pair, $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$ ;
- Si $n$ est impair, $U_{n+1} = 3\,U_n + 1$.

Calculer les dix premiers termes de la suite dans les cas suivants : a) $U_0 = 16$ ; b) $U_0 = 13$ ;

$$\begin{cases} U_0 = 13 \\ \text{Si } n \text{ est pair, } U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n \,; \\ \text{Si } n \text{ est impair, } U_{n+1} = 3\,U_n + 1 \end{cases}$$

- $U_1 = \frac{1}{2} U_0 = \frac{1}{2} \times 13 = \frac{13}{2}$
- $U_2 = 3U_1 + 1 = 3 \times \frac{13}{2} + 1 = \frac{41}{2}$
- $U_3 = \frac{1}{2} U_2 = \frac{1}{2} \times \frac{41}{2} = \frac{41}{4}$

$U_4 = 3U_3 + 3 = 3 \times \frac{41}{4} + 1$
$= \frac{123}{4} + \frac{4}{4} = \frac{127}{4}$

$n \in \mathbb{N}$

a) $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$

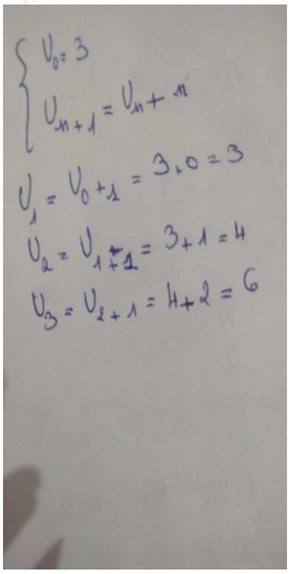
b) $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2^n} \end{cases}$

Pour chacune des suites définies ci-dessous :

1) Donner les quatre premiers termes ;

2) Ecrire la relation liant $U_4$ à $U_3$ et celle liant $U_n$ à $U_{n-1}$. $(n \in \mathbb{N}^*)$

1)



$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$

$U_1 = U_0 + 1 = 3+0 = 3$

$U_2 = U_1 + 1 = 3+1 = 4$

$U_3 = U_2 + 1 = 4+2 = 6$

2) $n \in \mathbb{N}^*$

$U_4 = U_3 + 3$

$U_n = U_{n-1} + (n-1)$

1) $U_1 = \dfrac{U_0}{2^0} = \dfrac{1}{2}$

$U_2 = \dfrac{U_1}{2^1} = \dfrac{\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{1}{4}$

$U_3 = \dfrac{U_2}{2^2} = \dfrac{\frac{1}{4}}{4} = \dfrac{1}{16}$

2) $n \in \mathbb{N}^*$

$U_n = \dfrac{U_{n-1}}{2^{n-1}}$

## Suites Arithmétiques

$U_3 = U_1 + 2r$ (r raison de la suite)

$U_9 = U_2 + 7r$

$U_1 = U_{10} - 9r$

$n \in \mathbb{N}$

$U_n = U_0 + nr$ (Terme général de la suite.)

$(U_n)$ . S.A de raison $r = 2$ et $U_1 = 5$

$U_0 = U_1 - r = 5 - 2 = 3$

$U_7 = U_1 + 6r = 5 + 6 \times 2 = 17$

$U_7 = U_0 + 7r = 3 + 7 \times 2 = 17$

Terme générale de la suite $U$

$$\boxed{U_n = U_0 + nr = 3 + 2n}$$

$$\boxed{U_n = U_1 + (n-1)r}$$

$= 5 + 2(n-1)$

$= 5 + 2n - 2 = \boxed{2n+3}$


$U_{50} = U_{20} + 30r$

$U_{20} = U_{50} - 30r$

$U_n = U_7 + (n-7)r$

$= 17 + 2(n-7)$

$= 2n + 3$

$(U_n)$ . S.A

$r = 5$ et $U_3 = 1$

1) Terme générale de la suite $(U_n)$

2) $U_2$ et $U_{11}$

Rep

$U_n = U_3 + (n-3)r = 1 + 5(n-3)$

$= 5n - 14$

$U_2 = 5 \times 2 - 14 = -4$

$U_{11} = 5 \times 11 - 14$

$= 55 - 14 = 41$

$$U_n = U_2 + (n-2)r$$

$$U_n = U_0 + nr$$

$$U_n = U_3 + (n-3)r$$

## Exercice

Soit $(U_n)$ une S.A définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} U_0 + U_2 = 6 \\ U_1 + U_2 + U_3 = 15 \end{cases}$$

1) Déterminer le terme $\boxed{U_0}$ et la raison $\boxed{r}$ de la suite $(U_n)$

2) En déduire le terme générale de la suite $(U_n)$

1) $(U_n)$ S.A de raison $r$ (définie sur $\mathbb{N}$)

$$\begin{cases} U_0 + U_2 = 6 \\ \boxed{U_1} + U_2 + U_3 = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} U_0 + U_0 + 2r = 6 \\ \boxed{U_0 + r} + U_0 + 2r + U_0 + 3r = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{2U_0 + 2r = 6} \\ \boxed{3U_0 + 6r = 15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{U_0 + r = 3} & (1) \\ \boxed{U_0 + 2r = 5} & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r = 2 \\ U_0 = 1 \end{cases}$$

2) $U_n = U_0 + nr \quad (n \in \mathbb{N})$

$= 1 + 2n$