Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ a- Calculer $u_1$ et $u_2$ .

b- Déduire que $u_n$ n'est pas une suite arithmétique.

2/ Soit la suite v définie par $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique de raison r = 1.

3/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

b- En déduire $u_n$ en fonction den

4/ Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + v_{15}$ .

1) a)

$$u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$$

$$u_1 = 2 - \frac{1}{u_0} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$u_2 = 2 - \frac{1}{u_1} = 2 - \frac{1}{\frac{3}{2}} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$u_0 = 2$ , $u_1 = \frac{3}{2}$ et $u_2 = \frac{4}{3}$

$$u_1 - u_0 = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

$$u_2 - u_1 = \frac{4}{3} - \frac{3}{2} = \frac{8}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{1}{6}$$

$\Rightarrow u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1 \Rightarrow (u_n)$ n'est pas S.A

Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ a- Calculer $u_1$ et $u_2$ .

b- Déduire que $u_n$ n'est pas une suite arithmétique.

2/ Soit la suite v définie par $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique de raison r = 1.

3/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

2)

$$v_{n+1} = 3 + \frac{1}{u_{n+1} - 1}$$

$$= 3 + \frac{1}{2 - \frac{1}{u_n} - 1}$$

$$= 3 + \frac{1}{1 - \frac{1}{u_n}} = 3 + \frac{1}{\frac{u_n - 1}{u_n}}$$

$$= 3 + \frac{u_n}{u_n - 1}$$

$$v_{n+1} - v_n = 3 + \frac{u_n}{u_n - 1} - \left(3 + \frac{1}{u_n - 1}\right)$$

$$= \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = 1$$

$\Rightarrow (v_n)$ S.A de raison 1

Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ a- Calculer $u_1$ et $u_2$ .

b- Déduire que $u_n$ n'est pas une suite arithmétique.

2/ Soit la suite v définie par $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique de raison r = 1.

3/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

b- En déduire $u_n$ en fonction den

4/ Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + v_{15}$ .

3) a) $V_0 = 3 + \dfrac{1}{4-1} = 3 + \dfrac{1}{2-1} = 4$

$(V_n)$ .S.A de raison 1

$\Rightarrow V_n = V_0 + nr = 4 + n$

$V_n = 4+n$

b) $4 + n = 3 + \dfrac{1}{U_n - 1}$

$\Leftrightarrow n + 1 = \dfrac{1}{U_n - 1}$

$\Leftrightarrow U_n - 1 = \dfrac{1}{n+1}$

$\Leftrightarrow U_n = \dfrac{1}{n+1} + 1 = \dfrac{1+n+1}{n+1}$

$= \dfrac{n+2}{n+1}$

Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ a- Calculer $u_1$ et $u_2$ .

b- Déduire que $u_n$ n'est pas une suite arithmétique.

2/ Soit la suite v définie par $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique de raison r = 1.

3/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

b- En déduire $u_n$ en fonction den

4/ Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + v_{15}$ .

$V_n = n+4$

$S_{15}$

$V_0 + V_1 + \dots + V_{15} = \dfrac{16(V_0 + V_{15})}{2}$

$= \dfrac{16(4+19)}{2}$

$= 8 \times 23$

$= 184$

$(U_n)$ . S A

$$U_2+U_3+U_4+U_5+U_6 = \frac{5\ (U_2+U_6)}{2}$$

$7-2$

$$U_2+U_3+U_4+U_5+U_6+U_7+U_8+U_9+U_{10} = \frac{9\ (U_2+U_{10})}{2}$$

Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1}^2 - u_n^2 = 4, & n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ Calculer $u_1$ ; $u_2$ et $u_3$. (Sachant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 0$)

2/ Vérifier que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas une suite arithmétique.

3/ On pose : $v_n = u_n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique dont on précisera sa raison

4/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

b- Déduire $u_n$ en fonction de n .

5/ On pose : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots\dots\dots + u_n^2$, exprimer $S_n$ en fonction de n.

1) $U_1^2 - U_0^2 = 4$

$\Rightarrow U_1^2 = U_0^2 + 4 = 5$

$\Rightarrow U_1 = \sqrt{5}$

$U_2^2 - U_1^2 = 4 \Rightarrow U_2^2 = 4 + U_1^2 = 9$

$\Rightarrow U_2 = 3$

$U_3^2 - U_2^2 = 4 \Rightarrow U_3^2 = 4 + U_2^2 = 13$

$\Rightarrow U_3 = \sqrt{13}$

2) $U_0 = 1$, $U_1 = \sqrt{5}$ et $U_2 = 3$

$U_2 - U_1 = \sqrt{5} - 1$

$U_3 - U_2 = 3 - \sqrt{5}$

$U_3 - U_2 \neq U_2 - U_1 \Rightarrow (U_n)$ n'est pas S.A

3) $V_{n+1} - V_n = U_{n+1}^2 - U_n^2 = 4$

$(V_n)$ . S A de raison 4

Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1}^2 - u_n^2 = 4, \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1/ Calculer $u_1$ ; $u_2$ et $u_3$. [Sachant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 0$]

2/ Vérifier que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas une suite arithmétique.

3/ On pose : $v_n = u_n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $v_n$ est une suite arithmétique dont on précisera sa raison

4/ a- Exprimer $v_n$ en fonction de n.

b- Déduire $u_n$ en fonction de n.

5/ On pose : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \ldots\ldots + u_n^2$, exprimer $S_n$ en fonction de n.

4) a) $v_0 = u_0^2 = 1$

$(v_n)$ : S A de raison 4

$v_n = v_0 + nr = 1 + 4n$

$v_n = 1 + 4n$, $n \in \mathbb{N}$

b) $\left.\begin{matrix} v_n = u_n^2 \\ u_n \geq 0 \end{matrix}\right\}$ $u_n = \sqrt{v_n}$

$u_n = \sqrt{1+4n}$

$= v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ $n - 0 + 1$

$$= \frac{(n+1)(v_0 + v_n)}{2} = \frac{(n+1)(1+1+4n)}{2} = \frac{(n+1)(2+4n)}{2}$$

$$= (n+1)(1+2n)$$

$(v_n)$ : S A de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = 1$

$v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{1}{2}n$ | $v_2 = 1 + \frac{1}{2} \times 2 = 2$

$$v_2 + v_3 + v_4 + \cdots + v_{10} = \frac{9\,(v_2 + v_{10})}{2}$$

$$= \frac{9(2+6)}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$v_2$ $v_3$ $v_4$ $v_5$ $v_6$ $v_7$ $v_8$ $v_9$ $v_{10}$

$v_7 + v_8 + \cdots + v_{99}$

$\frac{99}{7}$
$92$