2ème Science

Série N°:14

(suite Géométrique)

EXERCICE N°1 :

Soit la suite u définie sur IN par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 4u_n$, $n \in IN$.

1) Montrer que u_n est une suite géométrique, déterminer sa raison et son premier terme.

2) Exprimer u_n en fonction de n.

3) Déterminer n sachant que : $u_n = 3072$.

4) Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots\ldots u_6$ puis $S' = u_3 + u_4 + u_5 + \ldots\ldots\ldots u_{10}$

EXERCICE N°2 :

Soit u une suite géométrique tel que : $u_4 = -162$ et $u_{10} = -118098$.

1) Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.

2) Exprimer u_n en fonction de n, avec $n \in IN$.

3) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots\ldots u_{n-1}$; exprimer S_n en fonction de n.

4) Déterminer l'entier n tel que : $S_n = -6560$.

EXERCICE N°3 :

Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 3, \quad n \in IN \end{cases}$

1) a- Calculer u_1 et u_2 .

b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.

2) Soit la suite v_n définie sur IN par : $v_n = u_n - 6$.

a- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison 1/2.

b- Exprimer v_n en fonction de n .

c- En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

3) Calculer les sommes suivantes :

$S = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots\ldots\ldots + v_{10}$ puis $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots\ldots + .u_{10}$.

EXERCICE N°4:

Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n + 1, \quad n \in IN \end{cases}$

1) a- Calculer u_1 et u_2 .

b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.

2) Soit la suite v_n définie sur IN par : $v_n = u_n - 1/3$.

a- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison -2.

b- Exprimer v_n en fonction de n .

c- En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

3) Exprimer S_n en fonction n : $S_n = v_1 + v_2 + v_3 \ldots\ldots\ldots + v_n$

EXERCICE N°5 :

Soit u une suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{3+4u_n}{2+u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a- Calculer u_1 et u_2 .

b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.

2) Soit la suite v définie par : $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n + 1}$ pour tout $n \in$ IN.

a- Prouver que v_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.

b- Exprimer v_n en fonction puis u_n en fonction de n.

c- Calculer : $S = v_{10} + v_{11} + v_{12} + \dots\dots\dots\dots + v_{109}$.

EXERCICE N°6 :

1) Soit u_n une suite arithmétique tel que : $u_0 = 1$ et $u_5 = -9$.

a- Calculer la raison r de u_n .

b- Exprimer u_n en fonction de n, vérifier que pour tout $n \in$ IN, $u_n \in \mathbb{Z}$.

2) Soit la suite v_n définie par : $(\sqrt{2})^{u_n}$, $n \in$ IN.

a- Calculer v_0 et v_1 .

b- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison q = 1/2.

EXERCICE N°7 :

Soient u et v deux suites réelles définies sur IN* par :

$U_1 = 1$ et $v_1 = 3$; $u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2}$ et $v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{2}$

1) On pose $t_n = u_n - v_n$.

a- Prouver que t_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.

b- Exprimer t_n en fonction de n.

2) Soit la suite w_n définie sur IN* par : $w_n = u_n + 2v_n$.

Montrer que w_n est une suite constante.

3) Déterminer ainsi u_n et v_n en fonction de n.

EXERCICE N°8 :

Soit u la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1}{2}u_n^2 + 2}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) Calculer u_1 et u_2 .

2) On pose pour tout $n \in$ IN ; $v_n = u_n^2 - 4$

3) Prouver que v_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.

4) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

5) Calculer $\sum_{k=0}^{n} u_k^2$ en fonction de n.

6) Soit w la suite réelle définie sur IN par : $\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} - w_n = v_n \end{cases}$ Déterminer w_n en fonction de n.