

Mathématiques		Devoir de contrôle n°1
Lycée Pilote Monastir		
2 ^{ème} Sc ₅ et 9	Vendredi 20-10-2023	

Exercice 1 (5 points)

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$ b) $(x^2 - 4x + 3)^2 - 4(x^2 - 4x + 3) + 3 = 0$

2) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

a) $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$ b) $2x + (2 - \sqrt{5})\sqrt{x} - \sqrt{5} = 0$

Exercice 2 (5 points)

Soit dans \mathbb{R} l'équation (E) : $x^2 - x - 3 = 0$

1) Sans calculer le discriminant montrer que (E) admet deux racines distincts α et β

2) Sans calculer α et β répondre aux trois questions indépendantes.

a) Calculer $\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2 - \beta^2$

b) Montrer que $\alpha \geq -3$

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{x^2 + \alpha + 3} = |\alpha|$

Exercice 3 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère les points $A(-1; 3)$, $B(-1; -1)$ et $C(2; -2)$

1) a) Vérifier que O est le centre de gravité du triangle ABC

b) Montrer que OBC est un triangle rectangle en O.

2) Déterminer les coordonnées de O dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

3) Soit le point D définie par $3\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$

Montrer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

4) a) Déterminer les coordonnées du point E intersection de deux droites (OB) et (AC)

b) Déterminer alors l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$3 \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 2 \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

Exercice 4 (3 points)

Soit n entier naturel non nul

1) Montrer que $\frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{(n+2)} = \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$

2) Soit $A(n) = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

a l'aide 1) Montrer que

$$A(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1}$$

