Lycée Pilote Monastir	**Limites -continuité et derivabilité**	
3 ème Math		

Exercice N°1

Calculer les limites éventuelles suivantes :

$\lim\limits_{x\mapsto+\infty}(x^4-2x^3+3x+5)$; $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\dfrac{x^2-4}{3x^2+2x+1}$; $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{6-x^3+3x^2}{x^2+x+1}$

$\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\dfrac{3x^2-5}{2x^4+x^2+1}$; $\lim\limits_{x\mapsto3}\dfrac{x^2-9}{2x^2-5x-3}$; $\lim\limits_{x\mapsto(-2)}\dfrac{x^2+3x+2}{x^3-x^2-4x+4}$

$\lim\limits_{x\mapsto4}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x^2+16}$; $\lim\limits_{x\mapsto2}\dfrac{|x-2|(x^2+3)}{2x^2-3x-2}$; $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-2x\right)$

$\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\left(\sqrt{1-x}+x\right)$; $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)$; $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\left(\sqrt{4x^2+x+1}-2x+1\right)$

$\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+3x+10}\right)$; $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^3+2x}\right)$

$\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-3x}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}(x+2)\sqrt{\dfrac{1}{2-x}}$

Exercice N°2

Soit $(O),\vec{i},\vec{j}$ un repère orthonormé du plan ,f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2-1}+x+m & si\ x\ \le -1,(m\in\mathbb{R}) \\ f(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{x+2} & si\ x>-1 \end{cases}$$

Soit C la courbe de f.

1) a)Déterminer $\lim\limits_{+\infty} f$,$\lim\limits_{+\infty}(f(x)-2x)$. Interpréter graphiquement ce résultat

b) Déterminer $\lim\limits_{-\infty} f$, Interpréter ce résultat

c)Déterminer m pour que f soit continue en -1 .

2) On donne dans la suite $m=3$

a)Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 1,Interpréter ces résultats.

3)a)Montrer que f est dérivable en tout $a<-1$ et que $f'(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2-1}}+1$

b) Déterminer s'il existe un point de C où la tangente soit *perpendiculaire* à la droite d'équation $x-3y=0$

Exercice N°3

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}+2x & si\ x\in]-\infty,-2] \\ f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+2} & si\ x\in]-2,+\infty[\end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repéré orthonormé$(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) *Déterminer* $\lim\limits_{x\mapsto-2^+} f(x)$. Interpreter graphiquement le resultat

3) Montrer que la droite D' : y= $x-1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $(+\infty)$

4)a) Déterminer $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)$

b) Montrer que la droite D : y= $x-2$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $(-\infty)$

c)Etudier la position de (C) par rapport à D sur $]-\infty,-2]$

Exercice 4

I) Soit f la fonction définie sur IR\{2}par f(x)=$\frac{x^2-3x+3}{x-2}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un R.O.N $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Vérifier que f(x)= $x-1+\frac{1}{x-2}$ pour tout $x\neq 2$.

2) Déterminer les asymptotes à (C).

3) a) Justifier que sur IR\{2} f '(x)= $\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Déterminer les points de (C) où les tangentes sont parallèles à la droite (Δ): $8x-9y+\alpha=0$; $\alpha\in$IR .

b) Déterminer alors les valeurs possibles de α pour que (Δ) soit , elle-même, une tangente à (C) .

II) Soit g(x)= $\begin{cases} \mathrm{f}(x) & si\ \ x\leq 1 \\ \frac{\sqrt{x-1}}{x}+a & si\ x>1 \end{cases}$; $a\in$IR . On désigne par (C') sa courbe représentative dans un R.O.N $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 1.

Dans la suite, on prendra $a=-1$.

2) Etudier la dérivabilité de g à droite de 1. Interpréter graphiquement le résultat.

3) g est-elle dérivable en 1? Justifier.

4) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

5) Montrer que g est dérivable sur $]1,+\infty[$ et g'(x)= $\frac{2-x}{2x^2\sqrt{x-1}}$ pour $x>1$.