❖التمرين الأول (5نقاط)

1) أجب بصواب أو خطأ :

أ- إذا علمت أنّ : $N = \sqrt{2}^{64} - 1$ فإنّ : N يقبل القسمة على 85

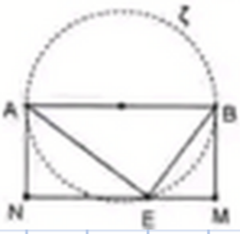
ب- $(2+\sqrt{3})^{2021} \times (\sqrt{3}-2)^{2021} = 1$

ج- $(-\frac{\sqrt{2}}{4})^{-17} = -(2\sqrt{2})^{17}$

د- ليكن ABC مثلّث قائم الزّاوية و متقايس الضلعين في A و قيس مساحته $8cm^2$ و [AH] الإرتفاع الصّادر من A فإنّ : $AH = 2\sqrt{2}$

2) أكمل بالعدد المناسب :

في الشكل المقابل $\mathcal{C}$ دائرة قطرها [AB] حيث $AB = 5$ و E نقطة من $\mathcal{C}$ حيث $AE = 4$ فإنّ مساحة المستطيل ABMN تساوي ....



❖التمرين الثاني (3نقاط)

ليكن a و b و c و d أعدادا حقيقية موجبة قطعا بحيث :

$$a = c + \frac{1}{d} \qquad و \qquad b = d + \frac{1}{c}$$

بيّن أنّ : $ab \geq 4$

مرتب

أ- إذا علمت أن : $N = \sqrt{2}^{64} - 1$ فإنّ : N يقبل القسمة على 85

$$\sqrt{2}^{64} - 1 = \left(\sqrt{2}^{2}\right)^{32} - 1$$
$$= 2^{32} - 1$$
$$= \underbrace{(2^{16})^2}_{a} - \underbrace{1^2}_{b}$$
$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$
$$= ((2^8)^2 - 1)(2^{16} + 1)$$
$$= (2^8 - 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$
$$= ((2^4)^2 - 1^2)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$
$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$
$$= 15 \times 17 \times (2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$
$$= 3 \times 5 \times 17 \times (2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$
$$= 3 \times 85 \times (2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

85

وبالتالي تقبل القسمة 85

خطأ

ب- $(2 + \sqrt{3})^{2021} \times (\sqrt{3} - 2)^{2021} = 1$

$$(2+\sqrt{3})^{2021} \times (\sqrt{3} - 2)^{2021} = (\sqrt{3} + 2)^{2021} \times (\sqrt{3} - 2)^{2021}$$
$$= \left[(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)\right]^{2021}$$
$$= \left[\sqrt{3}^2 - 2^2\right]^{2021} = (-1)^{2021} = -1$$

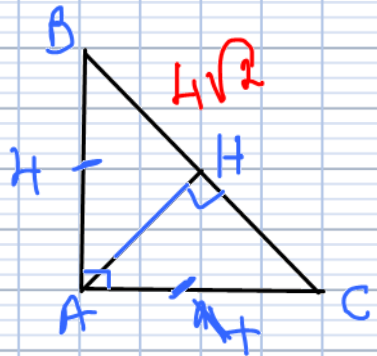
$a^n \times b^n = (ab)^n$

ج- $\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-17} = -(2\sqrt{2})^{17}$ $\boxed{\text{صواب}}$

$$* \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-17} = \left(-\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\right)^{17} = \left(-\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^{17} = \left(-2\sqrt{2}\right)^{17}$$

$$= -\left(2\sqrt{2}\right)^{17}$$

د- ليكن ABC مثلث قائم الزاوية و متقايس الضلعين في A و قيس مساحته $8cm^2$ و [AH] الإرتفاع الصّادر من A فإنّ: $\boxed{AH = 2\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{صواب}}$



$\bullet \ \underline{AH \times BC = AB \times AC}$

$AH^2 = HB \times HC$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} \qquad \underline{\underline{AB = AC}}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB^2}{2} \rightarrow 8 = \frac{AB^2}{2}$$

$$AB^2 = 2\, S_{ABC} = 2\times 8 = 16$$

$$AB = \sqrt{16} = 4$$

في المثلث القائم ABC (قائم في A) لدينا حسب نظرية بيتاغور

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

$$BC = \sqrt{32} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = \underline{4\sqrt{2}}$$

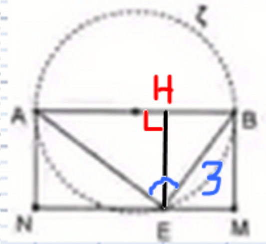
$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{4\times 4}{4\sqrt{2}} = \frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

2) أكمل بالعدد المناسب :

في الشكل المقابل $\mathcal{C}$ دائرة قطرها [AB] حيث $AB = 5$ و E نقطة من $\mathcal{C}$

حيث $AE = 4$ فإن مساحة المستطيل ABMN تساوي ....12....



❖التمرين الثاني (3نقاط)

E ∈ دائرة قطرها [AB] و E نقطة من $\mathcal{C}$ اذن AEB

مثلث قائم في E

$$EB^2 = AB^2 - AE^2$$
$$= 5^2 - 4^2$$
$$= 25 - 16 = 9$$

$$EB = \sqrt{9} = 3$$

[EH] عرض المستطيل ABMN

$$EH \times AB = EA \times EB$$

$$EH = \frac{EA \times EB}{AB} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$S_{ABMN} = AB \times EH = 5 \times \frac{12}{5} = 12$$

التمرين الرابع (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

نعتبر مثلثا ABC حيث $AB = 6$ و $AC = 3\sqrt{5}$ و $BC = 9$

1) أ) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

$AB^2 = 6^2 = 36$

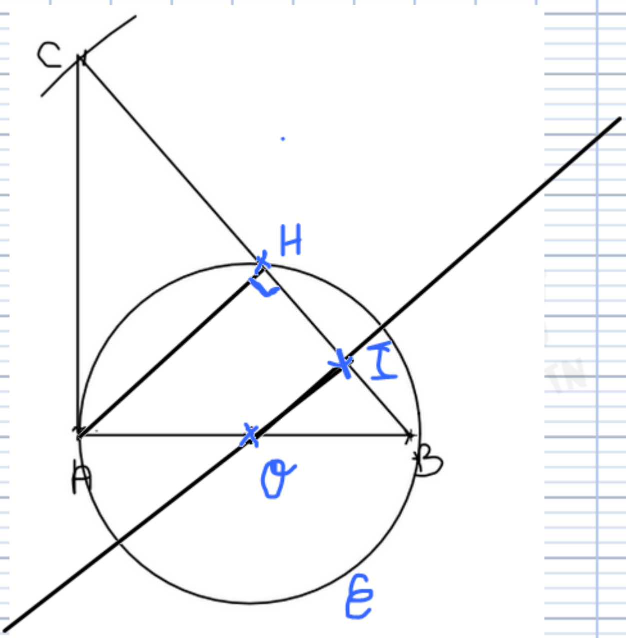
$AC^2 = (3\sqrt{5})^2 = 45$

$BC^2 = 9^2 = 81$

إذن $AB^2 + AC^2 = BC^2$

حسب عكس نظرية بيتاغور ABC مثلث قائم في A

ب) أنجز الرسم



2) أ) أرسم الدائرة $(\mathcal{C})$ التي قطرها $[AB]$ ومركزها O واللتي تقطع (BC) في H

ب) بين أن (AH) عمودي على (BC)

H تنتمي الى الدائرة $\mathcal{C}$ التي قطرها $[AB]$ اذن ABH مثلث قائم في H وبالتالي $(AH)\perp(BC)$

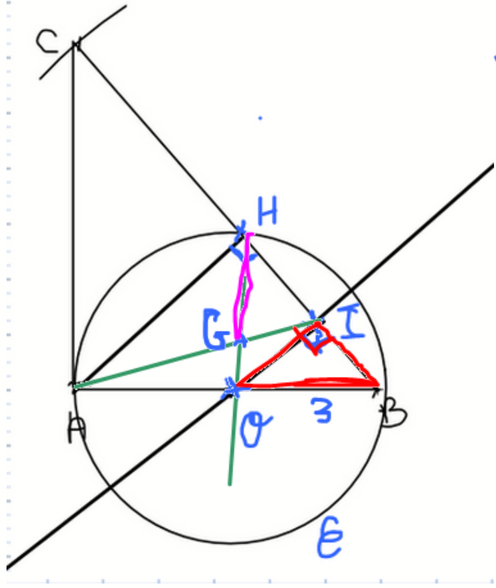
ج) إستنتج أن $AH = 2\sqrt{5}$: في المثلث القائم ABC لدينا $[AH]$ إرتفاع صادر من A

اذن حسب العلاقات القياسية في المثلث ABC

$AH \times BC = AB \times AC$

$AH = \dfrac{AB \times AC}{BC}$

$= \dfrac{6 \times 3\sqrt{5}}{9} = \dfrac{18}{9}\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$



3) المستقيم المار من O والموازي لـ (AH) يقطع (BC) في I

أ) بين أن I منتصف $[BH]$ ثم أحسب OI

في المثلث ABH لدينا (OI) تمر من منتصف الضلع $[AB]$ وموازٍ الضلع $[AH]$ إذن حسب نظرية طالس فإن (OI) يقطع الضلع $[BH]$ في المنتصف ولدينا

$$OI = \frac{AH}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

$O = B * H$

ب) بين أن $BI = 2$

$(AH) \perp (BC)$ و $(OI) \parallel (AH)$ إذن $(OI) \perp (BC)$ ومنه مثلث OIB قائم في I إذن حسب نظرية بيتاغور

$$BI^2 = OB^2 - OI^2 = 3^2 - \sqrt{5}^2 = 9 - 5 = 4$$

$BI = \sqrt{4} = 2$

4) لتكن G نقطة تقاطع المستقيمين (OH) و (AI)

أ) بين أن G مركز ثقل المثلث ABH

$[AI]$ موسط المثلث ABH الصادر من A
$[HO]$ // // // الصادر من H
$G = (AI) \cap (HO)$ إذن G مركز ثقل ABH

ب) إستنتج أن $GH = 2$

$$GH = \frac{2}{3} HO = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

5) لتكن K مناظرة I بالنسبة إلى H والمستقيم المار من K والموازي لـ (OI) يقطع (AB) في N

أ) بين أن A منتصف $[ON]$

لدينا $H = K * I$ وبما أن الإسقاط حافظ على المنتصف الإسقاط على (AB) وفق المنحى (OI)
N مسقط K وفق المنحى (OI)
A // H // // (OI)
O // I // // (OI)
فإذن $A = N * O$

ب) بين أن $NK = 3\sqrt{5}$

في المثلث BKN لدينا

$H \in (BK)$
$A \in (BN)$
$(AH) \parallel (NK)$

حسب مبرهنة طالس

$$\frac{BH}{BK} = \frac{BA}{BN} = \frac{AH}{NK}$$

$$NK = \frac{AH \times BN}{BA} = \frac{2\sqrt{5} \times 9}{6} = \frac{18}{6}\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$