	Devoir de contrôle n°1	Mathématiques	Niveau : 3ème Maths Durée : 2H

Exercice n°1(4,5pts)

Le plan est orienté dans le sens direct

Sur la feuille annexe, ABCD est un losange tels que : $AB = 2\sqrt{3}$ et $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{70\pi}{3} [2\pi]$

1) a) Déterminer, en justifiant la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

b) En déduire que le triangle BCD est équilatéral et de sens direct.

2) Soit E le point défini par $BE = 2$ et $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE}}) \equiv -\frac{\pi}{6} [2\pi]$

a) Vérifier que le triangle BDE est rectangle en B et calculer DE

b) Calculer $\cos(\widehat{BDE})$. En déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DE})$

c) Montrer que les droites (BC) et (DE) sont perpendiculaires.

3) Soit $I = E * D$ et $J = S_B(I)$.

a) Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés , $(\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{BE})$, $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EJ})$ et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BJ})$

b) Montrer que EJAD est un rectangle.

Exercice n°2(5,5 pts)

ABCD est un rectangle de centre O, tel que $AB = 2a$ et $AD = a$, $a > 0$

On désigne par E, F et I les points tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$ et $I = E * F$

1) a) Calculer $\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{BD}$

b) En déduire que $(EF) \perp (BD)$

2) Soit $\{H\} = (EF) \cap (BD)$

Calculer $\overrightarrow{FB}.\overrightarrow{FE}$. En déduire que $FH = \frac{8\sqrt{5}}{25} a$

3) Soit $\Delta = \{M \in P \text{ tel que } ME^2 - MF^2 = -\frac{12}{25} a^2 \}$

a) Vérifier que $B \in \Delta$

b) Déterminer alors Δ

4) Soit $\Gamma_k = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 + 4MC^2 = k \}$

a) Montrer que $M \in \Gamma_k$ si et seulement si : $5\,MF^2 + \frac{4}{5} a^2 = k$

b) Déterminer suivants les valeurs du réel k, la nature de Γ_k

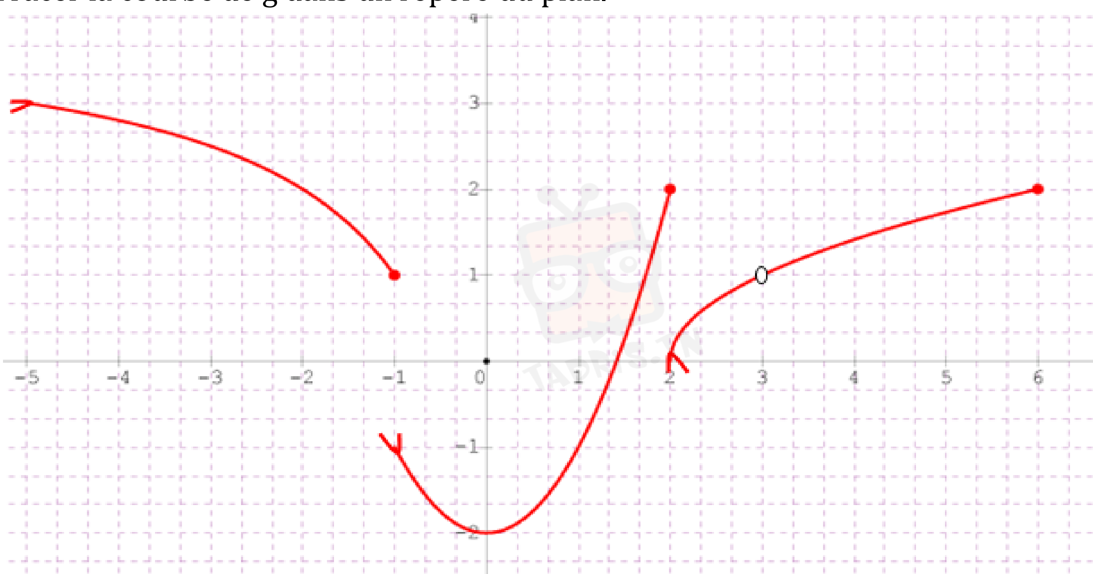
c) Déterminer k pour que Δ soit tangente à Γ_k

5) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $MB^2 + 4MC^2 + 5ME^2 = \frac{16}{5} a^2$

Exercice n°3(4,5pts)

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f sur son domaine de définition dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

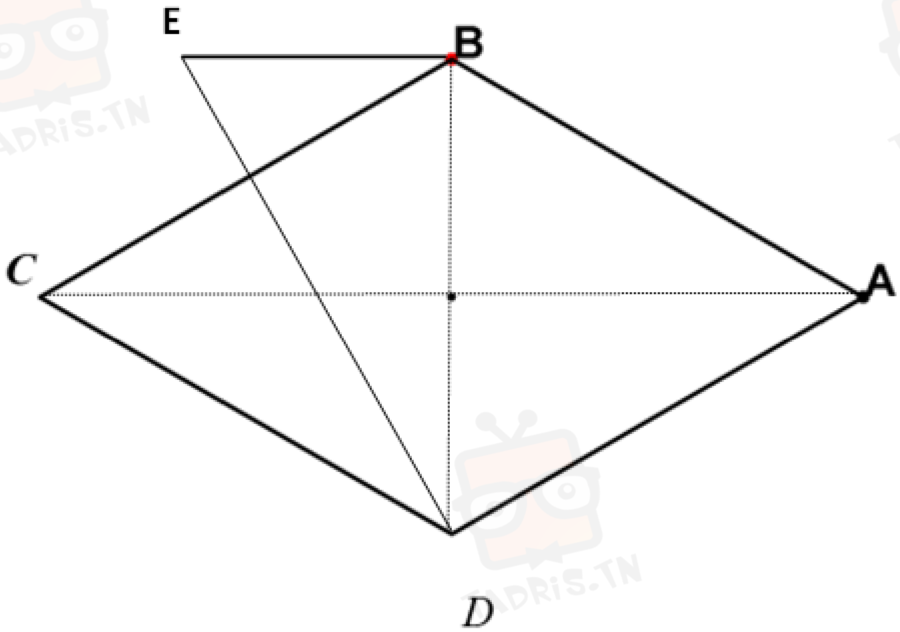
1) a) Donner le domaine de définition de f
   b) f est-elle continue à gauche en -1 ? à droite en -1 ?.
   c) f est–elle prolongeable par continuité en 3 ?
   d) Déterminer les intervalles sur les quels f est continue.
2) Déterminer f([-1, 1]) , f([2, 3[)
3) Etudier la continuité de | f | en -1.
4) Soit g la fonction définie sur]-5, -1] par g(x) = xE(f(x)), (E est la fonction partie entière)
   a) Montrer que g est affine par intervalles
   b) Tracer la courbe de g dans un repère du plan.



Exercice n°4 (5,5pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1-\sqrt{-x^2+2x}}{x-1}$

1) a) Déterminer le domaine de définition de f
   b) Montrer que f est continue sur son domaine.
   c) Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 ? On note F son prolongement
2) a) Montrer que $F(x) = \frac{x-1}{1+\sqrt{1-(x-1)^2}}$
   b) Montrer que F est strictement croissante sur [0, 1] .
   c) Montrer que l'equation $F(x) = -\frac{1}{2}x$ admet dans]0, 1[une unique solution α
   d) Montrer que α vérifie l'équation : $\alpha^4 - 2\alpha^3 + 9\alpha^2 - 12\alpha + 4 = 0$
3) Soit g la fonction définie sur IR \ {- 2} par $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2+mx}{|x+1|-1} & si\ x < 0 \\ F(x) & si\ x \in [0, 2] \\ \frac{x-2}{4(\sqrt{x+2}-2)} & si\ x > 2 \end{cases}$
   a) Étudier la continuité de g à droite et à gauche en 2. Conclure
   b) Pour quelle valeur de m la fonction g est continue en 0 ?


E
B
C
A
D


A
B
D
C