Lycée Pilote Monastir	Suites réelles	
4 ème Math	2023-2024	Mr : Chortani Atef

Exercice n°1:

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb N$ par $:U_0=\frac12$ et pour tout $n\in\mathbb N^*:U_n=\left(1-\frac1{2n}\right)U_{n-1}$

- 1)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n > 0$.
- 2) Soit (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \sqrt{n+1} \ U_n$
 - a— Exprimer $V_{n+1}^2 V_n^2$ en fonction e n et de U_n^2
 - b Déduire que (V_n) est décroissante et que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$
- 3) Soit (W_n) la définie sur \mathbb{N} $par: W_n = \sqrt{n} \ U_n$
- a)Montrer que (W_n) est croissante
- b) Déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n \ge \frac{1}{4\sqrt{n}}$.
- 4) Montrer que (U_n) est convergente et calculer sa limite.
- 5) a)Calculer ${\it U}_n$ en fonction de n

b)En déduire
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n+1}(n!)^2}$$

Exercice n°2:

Pour tout entier naturel non nul n, on considère la fonction f_n définie sur $[0, +\infty[$ par

$$f_n(x) = x + n\sqrt{\frac{x}{x+1}}$$
, et C_n sa courbe représentative

1) Dans cette question , on prend n=1

On considère la fonction
$$g$$
 définie sur $[0, +\infty[par]$ $\begin{cases} g(x) = \frac{\sin(f_1(x))}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$

- a- Montrer que g est continue à droite en 0
- b- Déterminer la limite de g en $+\infty$.
- 2) Montrer que pour entier naturel non nul n, la fonction f_n est strictement croissante sur $[0, +\infty[$
- 3) a- Montrer que pour entier naturel non nul , l'équation $f_n(x)=1$ admet dans l'intervalle]0,1[une unique solution \propto_n .
- b- Etudier la position de \mathcal{C}_{n+1} $et\mathcal{C}_n$
- c-En déduire que la suite (\propto_n) est décroissante sur \mathbb{N}^*
- d- En déduire que la suite (α_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice n°3:

Soit
$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{2(x+1)}$$
, $x \in]-1, +\infty[$

- 1) Etudier le signe de f(x) x pour $x \in]-1, +\infty[$
- 2) Dresser le tableau de variation de f sur $]-1, +\infty[$
- 2) Dresser Re ...

 3) Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n), \\ \vdots & 3 \end{cases}$ a)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on $a \mid 1 \leq U_n \leq \frac{3}{2}$
 - b) Montrer que (U_n) est décroissante, en déduire que U_n est convergente et déterminer sa limite.
- 4)a)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $n \ge 2$,

L'équation f(x) = n admet dans]-1,1[une unique solution α_n .

b) Montrer que pour tout $n \ge 2$, on $a : -1 < \alpha_n < -1 + \frac{2}{n}$ en déduire que α_n est convergente et déterminer sa limite.

Exercice n°4:

Pour tout entier naturel non nul , on considère la fonction f_n définie

$$\sup \left[0, \frac{\pi}{2} \right[\operatorname{par} f_n(x) = x - \operatorname{n} \tan(x)$$

- 1)a)Montrer que pour tout $n \ge 1$, la fonction f_n réalise une bijection de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ sur un intervalle J à préciser.
 - b) En déduire que l'équation $f_n(x) = -n$, admet dans $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ une unique solution que l'on notera α_n .

c)Vérifier que pour tout
$$n \ge 1$$
, $\alpha_n \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$ et que $\tan(\alpha_n) = 1 + \frac{\alpha_n}{n}$

2)a)Montrer que pour entier n
$$\geq$$
 1, et tout $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$, $-1 + f_n(x) > f_{n+1}(x)$

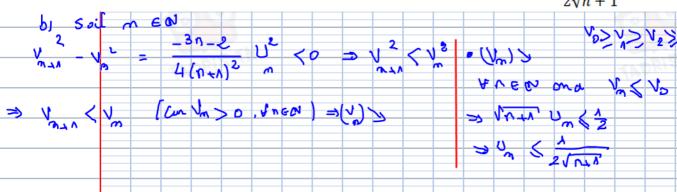
b) En déduire que la suite α_n est strictement décroissante et qu'elle converge vers un réel que l'on précisera.

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb N$ par $:U_0=\frac12$ et pour tout $n\in\mathbb N^*:U_n=\left(1-\frac1{2n}\right)U_{n-1}$ 1) Montrer que pour tout $n\in\mathbb N:U_n>0$.		
$+ on a \cup_{p=1}^{n} \frac{1}{2} > 0$		
Soit new on suppose que 2200 My U		
$\frac{U}{n+n} = \left(1 - \frac{n}{2(n+n)}\right) 0 0 0$		
E-AU UZS		
A DRIFT AND A DRIF		
$\frac{1}{2(nn)} \left(\frac{1}{2} \right) $		
2) Soit (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \sqrt{n+1} \ U_n$: $U_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \left(1 - \frac{1}{2n}\right) U_{n-1}$		
a— Exprimer $V_{n+1}^2 - V_n^2$ en fonction e n et de U_n^2		
au sail meal		
$\sqrt{\frac{1}{n+1}} = \left[\sqrt{\frac{n}{n}}, 2, 1\right]^{2} = (n+2) \cdot \sqrt{\frac{n}{n+1}}$		
$= (n+2) \left[\left[\left(1 - \frac{1}{2(n+1)} \right) \right]^{\frac{8}{2}} = (n+2) \left[1 - \frac{1}{2(n+1)} \right]^{\frac{2}{2}} \right]^{\frac{2}{2}}$		
$\sqrt{\frac{1}{2}} = (u + v) \int_{\delta}^{\omega}$		
12 2 5 7 8		
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
FC 2) [4 1 1 7 C] [18		
$= \left[\left(n+2 \right) \left[1 - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{4 \left(n+1 \right)^2} \right] - \left(n+1 \right) \right] \cup_{n=1}^{\infty}$		
TADRIS-11		
$= \left[\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		
n+1 4(n+1)2		
$= \begin{bmatrix} 1 & 0 + 2 \\ 0 + 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{4(0 + 1)^2} $		
L n+1 4(n+1)e J m		
$= \frac{1 \times 4(n \times n)}{4(n + n)(n + n)} + \frac{n \times 2}{4(n \times n)^2} = \frac{-3n - 2}{4(n \times n)^2}$		
4(n+n)(n+n) 4(n+n)2 n		
TADRID.		
6737		
→ → → → → → → → → → → → → → → → → → →		



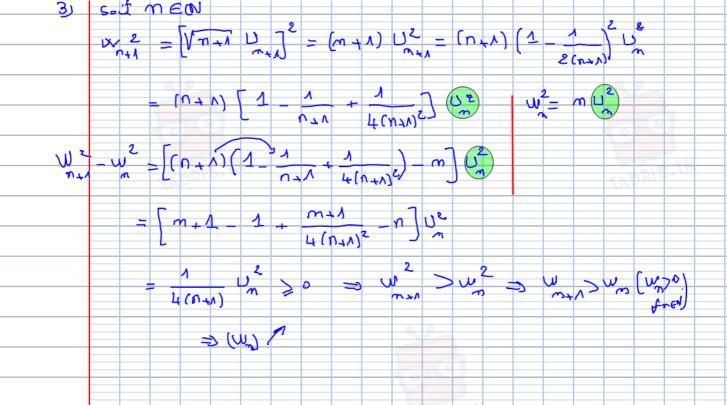
On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb N$ par : $U_0=rac{1}{2}$ et pour tout $n\in\mathbb N^*$: $U_n=\left(1-rac{1}{2n}\right)U_{n-1}$

- 1)Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n > 0$.
- V0= V0+1 V0=
- 2) Soit (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \sqrt{n+1} \ U_n$
 - a— Exprimer $V_{n+1}^2 V_n^2$ en fonction e n et de U_n^2
 - b Déduire que (V_n) est décroissante et que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$



On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb N$ par : $U_0=rac12$ et $pour \ tout \ n\in \mathbb N^*$: $U_n=\left(1-rac1{2n}\right)U_{n-1}$

- 3) Soit (W_n) la définie sur \mathbb{N} $par: W_n = \sqrt{n} \ U_n$
- a)Montrer que (W_n) est croissante
- b) Déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n \ge \frac{1}{4\sqrt{n}}$.



🗥 www.Tadris.TN 🗾 55.635.666 🗾 26.222.159

