

**EXERCICE N° 1 (6 points)**

Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes sans justification.

1°/ Tout entier naturel divisible par 7 est impair.

2°/ Tout entier divisible par 3 et par 2 est pair.

3°/ Deux angles inscrits interceptant le même arc sont égaux.

4°/ Tout entier naturel ayant exactement deux diviseurs est premier.

5°/ Le PGCD de deux entiers naturels est un diviseur de leur PPCM

6°/ Soient  $p$  et  $q$  deux entiers naturels tels que  $p > q$ .

Si  $p$  et  $q$  sont de même parité alors  $(p + q)^2$  et  $(p - q)^2$  sont divisibles par 4

**EXERCICE N° 2 (8 points)**

1°/ Déterminer PGCD (336,462)

a) par la méthode de décomposition en facteurs premiers.

b) par l'algorithme d'Euclide.

2°/a) Déterminer PPCM (336,462).

b) Rendre la fraction  $\frac{336}{462}$  irréductible.

**EXERCICE N° 3 (6 points)**

Soient  $\zeta$  un cercle de centre  $O$  de diamètre  $[AB]$  et  $M$  un point de  $\zeta$  distinct de  $A$  et  $B$  qui vérifie  $\widehat{MBA} = 30^\circ$ .

La perpendiculaire  $\Delta$  à  $(AM)$  en  $A$  recoupe  $\zeta$  en un point  $D$ .

1°/a) Quelle est la nature du triangle  $ABM$  ? Justifier

b) Montrer que les droites  $(MB)$  et  $(AD)$  sont parallèles.

c) En déduire la valeur de l'angle  $\widehat{BAD}$ .

2°/a) Calculer les angles  $\widehat{BOD}$  et  $\widehat{BMD}$ .

b) Montrer que  $[MD]$  est un diamètre du cercle



**EXERCICE N° 1 (6 points)**

- 1) a) Décomposer en facteurs premiers les nombres : 168 et 540.  
 b) En déduire : PGCD (168,540) et PPCM (168,540).  
 2) En utilisant l'algorithme d'Euclide retrouver PGCD (168,540)  
 3) Déterminer l'écriture irréductible du quotient :  $\frac{540}{168}$ .

**EXERCICE N° 2 (7 points)**

Soit  $n$  un entier naturel non nul

On donne:  $a = n(n+1)$  ,  $b = n^{2019} + n^{2018}$  et  $c = n^2 - 1$

- 1/ a) Montrer que le nombre  $a$  est pair  
 b) En déduire que le nombre  $b$  est divisible par 2  
 c) Montrer que pour entier naturel  $n$  impair le nombre  $c$  est divisible par 8  
 2/ Déterminer alors : PGCD (2 ;  $a$ ) et PPCM (8 ;  $(a+1)^2 - 1$ ).  
 3/ a) Vérifier que pour tout entier naturel  $n$  :  

$$n^3 - n + 8 = n(n^2 - 1) + 8$$
  
 b) Déterminer alors l'ensemble des entiers naturels  $n$  non nuls  
 pour que  $\frac{n^3 - n + 8}{2(n+1)}$  soit entier naturel

**EXERCICE N° 3 (7 points)**

Soient  $\zeta$  un cercle de centre  $O$  de diamètre  $[AB]$  et  $M$  un point de  $\zeta$  distinct de  $A$  et  $B$  qui vérifie  $\widehat{MBA} = 30^\circ$ . La perpendiculaire  $\Delta$  à  $(AM)$  en  $A$  recoupe  $\zeta$  en un point  $D$ .

- 1°/ a) Quelle est la nature du triangle  $ABM$  ? Justifier  
 b) Montrer que les droites  $(MB)$  et  $(AD)$  sont parallèles.  
 c) En déduire la valeur de l'angle  $\widehat{BAD}$ .

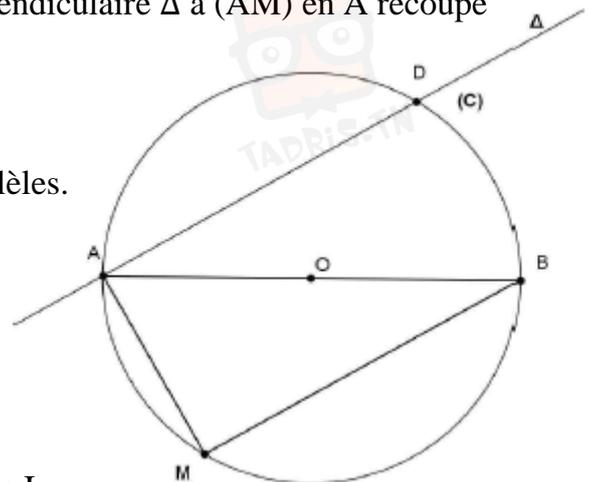
2°/ a) Calculer les angles  $\widehat{BOD}$  et  $\widehat{BMD}$ .

- b) Montrer que  $[MD]$  est un diamètre du cercle  $\zeta$

3°/ Soit  $N$  un point de  $\zeta$  distinct de  $A$  et  $B$ ,

la perpendiculaire à  $(AN)$  passant par  $O$  coupe  $(AN)$  en  $I$

Montrer que lorsque  $N$  varie sur le cercle  $\zeta$  privé des points  $A$  et  $B$ , le point  $I$  se déplace sur un cercle  $\zeta'$  que l'on précisera.



**EXERCICE N° 1 ( 6 points)**

1)a) Calculer P.G.C.D ( 363 , 675 ) et P.P.C.M ( 363 , 675 )

b) Rendre la fraction  $\frac{363}{675}$  irréductible

2)a) Calculer :  $C = 3\sqrt{363} + \sqrt{675} - 16\sqrt{27}$

b) Donner une écriture de  $F = \frac{675}{363}$  sous forme irréductible.

c) Donner l'arrondi au millième de F

**EXERCICE N° 2 ( 7 points)**

Dans la figure ci-contre :

⊗ Les points, A,B,C,D et E appartiennent au cercle (C) de centre O tel que  $\widehat{EBC} = 70^\circ$

⊗ [AD] et [BE] deux diamètres du cercle (C)

⊗ Les droites (AD) et (CE) sont perpendiculaires en M

1/ a) Montrer que EBC est un triangle rectangle en C

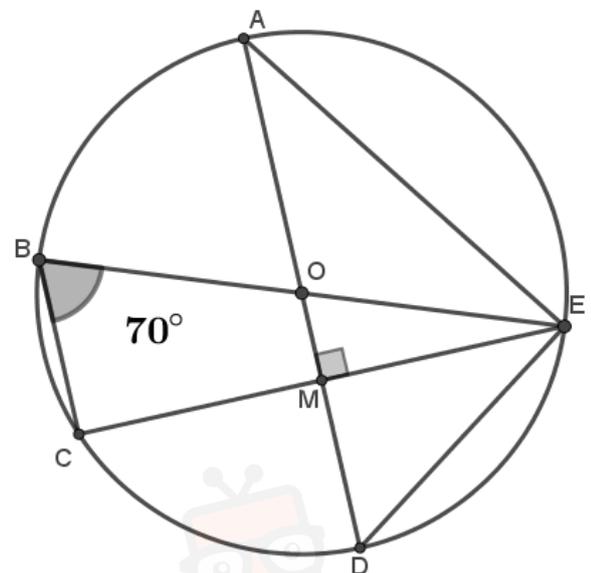
b) Montrer que Les droites (AM) et (CB) sont parallèles

c) En déduire que  $\widehat{EOD} = 70^\circ$  puis calculer  $\widehat{EAD}$

d) Montrer que  $\widehat{EAD} = \widehat{DBC}$

2/ Montrer que [BD) bissectrice de l'angle  $\widehat{EBC}$

3/ Montrer que Les droites (BD) et (AE) sont parallèles

**EXERCICE N° 3 ( 7 points)**

1) Justifier que pour tout entier naturel n ,  $10n + 7 = 5(2n + 1) + 2$

2)a) Quel est le reste de la division euclidienne de  $(10n + 7)$  par 5 ? En justifiant.

b) Déterminer, selon les valeurs de n , le reste de la division euclidienne de  $(10n + 7)$  par  $(2n + 1)$  .

3) Déterminer les valeurs possibles de  $d = \text{PGCD}(10n + 7, 2n + 1)$

4) a) En déduire, pour tout entier naturel n ,  $6n + 7$  et  $2n + 1$  sont premiers entre eux.

b) En déduire que  $\frac{2000001}{10000007}$  est irréductible.



**Exercice 1 (7 points)**

- 1) a) Décomposer en produit des facteurs premiers les nombres : 315 et 1755.
  - b) En déduire : PGCD (315, 1755) et PPCM (315, 1755).
  - 2) En utilisant l'algorithme d'Euclide retrouver PGCD (315, 1755)
  - 3) Déterminer l'écriture irréductible du quotient :  $\frac{315}{1755}$ .
  - 4) Un ouvrier dispose des plaques de métal de 1755 cm de long et de 315 cm de large. Il a reçu la consigne suivante : « Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte ».
- a) Quelle sera la longueur du côté du carré ?
  - b) Combien peut-il découper de carrés par plaque

**Exercice 2 (7 points)**

On considère la figure ci-contre.

Les points A, B, C et D appartiennent au cercle ( $\mathcal{C}$ ) de centre O.

$$\widehat{AOB} = \widehat{COD} = 90^\circ$$

- 1) Calculer  $\widehat{CAD}$  et  $\widehat{ADB}$ .
- 2) Soit I le point d'intersection des droites (AC) et (BD)

  - a) Montrer que ADI est un triangle rectangle et isocèle.
  - b) En déduire que (AC) et (BD) sont perpendiculaires

- 3) a) Calculer  $\widehat{CBD}$  et  $\widehat{ACB}$ .
- b) En déduire que BIC est un triangle rectangle isocèle en I
- c) Montrer alors que (AD) et (BC) sont parallèles.
- 4) Soit N un point de ( $\mathcal{C}$ ) distinct de A et H le projeté orthogonale de O sur (AN)

Montrer que si N varie sur ( $\mathcal{C}$ ) privé de A alors H varie sur un cercle que l'on précisera.

**Exercice 3 (6 points) les questions sont indépendantes**

Soit n un entier naturel non nul

- 1) Soit  $a = n^2 + n + 2$ 
  - a) Montrer que a est pair
  - b) a est-il premier ? justifier ta réponse
- 2) Montrer que  $(n^2 + n + 1)(n^2 + n + 3) + 1$  est un carré parfait
- 3) Calculer PGCD( $5^{n+2} - 5^n, 7^{n+2} - 7^n$ )
- 4) a) Vérifier que  $n^3 + 3n^2 + 2n + 6 = n(n+1)(n+2) + 6$ 
  - b) Déterminer alors l'entier naturel n pour que  $\frac{n^3 + 3n^2 + 2n + 6}{2(n+2)}$  soit entier naturel.

