

Exercice N°1

I) On considère le réel $A = 3\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$

1) Calculer $(4 - \sqrt{3})^2$ et $(5 - 3\sqrt{3})^2$

2) En déduire que A est un entier naturel

II) On considère les réels x et y tel que $x + y = 1$

Montrer que $2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2) = -1$

III) 1) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a $\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$

2) Calculer la somme $S = \frac{3}{4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \frac{9}{16 \times 25} + \frac{11}{25 \times 36} + \frac{13}{36 \times 49} + \frac{15}{49 \times 64} + \frac{17}{64 \times 81} + \frac{19}{81 \times 100}$

Exercice N°2

Soit $A(x) = (x - 1)^2 - 2(x + 2)(x - 1) + x^3 - 1$

1) Calculer $A(1)$ et $A(\sqrt{2})$

2) Développer et réduire $A(x)$

3) Factoriser $A(x)$

4) On considère les réels $a = \frac{1-A(\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$ et $b = \frac{3-A(\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$

a) Comparer a et b

b) Montrer que a et b sont inverses

Exercice N°3

On considère un cercle (C) de diamètre [AC]

avec $AC=5$ cm.

*B et D deux points du cercle (C) avec $AB = 4$ cm

*F est le point de [AC) tel que $AF=7,5$ cm

*G est le projeté orthogonal du point F sur (AB)

*E est le projeté orthogonal du point F sur (AD)

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B
et que le triangle ADC est rectangle en D

2) Calculer AG

3) a) Montrer que $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AG}$

b) En déduire que les droites (BD) et (GE) sont parallèles

4) On désigne par \mathcal{A} l'aire du triangle AEF et par \mathcal{A}' l'aire du triangle ACD

a) Exprimer EF en fonction de DC puis exprimer AE en fonction de AD

b) En déduire que $\mathcal{A} = \frac{9}{4} \mathcal{A}'$

